

## Apéndice A: Curso de Refuerzo en Matemáticas

### Taller 1: Expresiones algebraicas

**Propósito:** Plantear expresiones algebraicas equivalentes y dar sentido a los diversos usos de la variable. En este taller se promueve el cambio de representación de las áreas geométricas (figural) a lenguaje algebraico, esto con el fin de que la variable tenga un sentido para los estudiantes.

Tiempo: 4 horas (sesión 1)

Recursos: Applet uso de la variable

### Problema: Información y exploración dirigida.

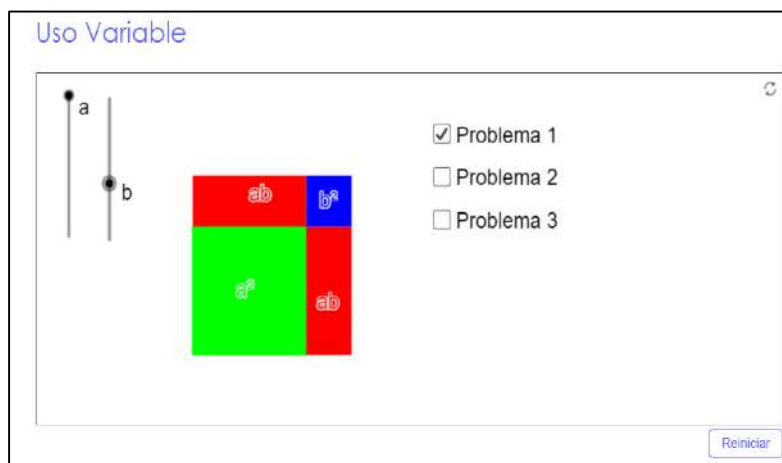
1.1 Judy necesita alquilar un carro para usarlo desde el lunes hasta el viernes, y ve el siguiente aviso en un periódico local.

| Modelo        | Tarifa básica diaria más kilómetros recorridos | Tarifa semanal (kilometraje ilimitado incluido) |
|---------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Renault Logan | \$95.000<br>+\$1.500 por kilómetro recorrido   | \$900.000                                       |

- Judy piensa que necesita recorrer cerca de 250 kilómetros en total durante los cinco días ¿Cuál de las dos tarifas es más económica para Judy? Justifica tu respuesta.
- Supongamos que Judy no estaba segura del kilometraje que tenía que recorrer ¿Cuál tarifa le favorece más? ¿Por qué? Explica tu respuesta.

1.2 Socialice y comparte sus resultados con tus compañeros y tu profesor.

### Problema Exploración dirigida



Mueve los deslizadores a y b, luego responde:

### 2.1 Problema 1:

a) ¿Qué representan las variables a, b? **Explica tu respuesta**

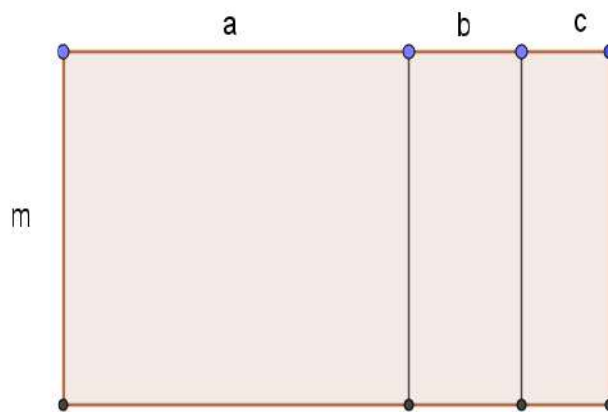
b) ¿Qué valores pueden tener las variables a, b? **Justifica tu respuesta.**

**Problema 2:** c) siendo  $a=5$  ¿Cuánto debe medir b para que el área total del cuadrilátero sea igual a 64 unidades cuadradas? **Explica tu respuesta.**

**Problema 3:** d) ¿De cuántas formas pueden combinarse las variables a y b para que el área total del cuadrilátero sea igual a 100 unidades cuadradas? **Explica tu respuesta.**

2.2 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor.

### Problema tarea retadora.



a) ¿Qué representan las variables, a, b, c, m? ¿Qué valores pueden tener las variables a, b, c, m? **Explica tu respuesta.**

b) Expresa el área del rectángulo ¿Existe una expresión equivalente? ¿por qué? **Justifica tu respuesta**

c) siendo  $m=5$  ¿De cuántas formas pueden combinarse las variables a, b, c para que el área total del cuadrilátero sea igual a 100 unidades cuadradas? **Explica tu respuesta.**

3.2 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor.

## Taller 2: Patrones y Regularidades

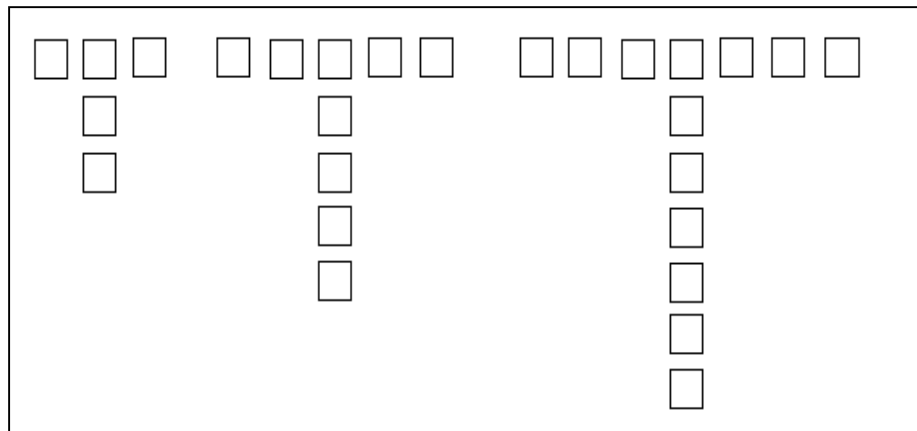
**Propósito:** Identificar reconocer, expresar y comprender patrones y regularidades presentes en los problemas a fin de dar tratamiento al cambio de manera cuantitativa y cualitativamente.

Tiempo: 4 horas (sesión 2)

Recursos: Applet regularidades rectangulares

### Problema información y exploración libre..

1.1 Observa la secuencia y responde:

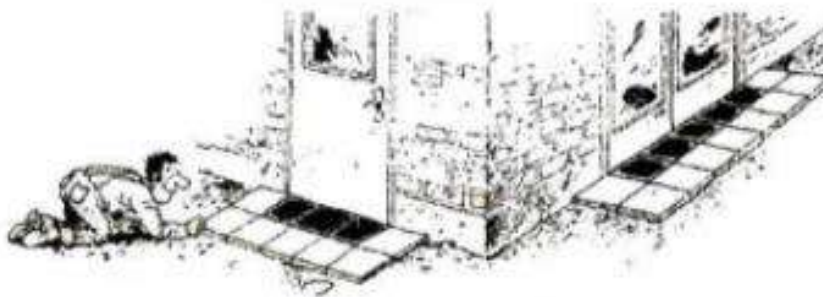


- Dibuje la figura que sigue de la secuencia. Describe el proceso que usaste para construir la figura. Explica tu respuesta.
- ¿Cuántos cuadros se necesitan para la figura 10, para la figura 37, etc.? Justifica tu respuesta

1.2 Socialice y comparte sus resultados con tus compañeros y tu profesor

### Problema exploración dirigida.

2.1 Pedro es constructor. Embaldosa las entradas de las casas de la urbanización “La colina” Utilizando baldosas negras y blancas como se muestra en la imagen.



Responda las siguientes preguntas:

- ¿Cuántas baldosas blancas usa Pedro si empieza con una fila de 8 baldosas negras? **Explica tu respuesta.**
- ¿Cuántas baldosas blancas necesitaría Pedro si empieza con un número cualquiera de baldosas negras? **Justifica tu respuesta**  
Pedro quiere saber cuántas baldosas se usan, en total, para la entrada de cualquier casa
- Escribe una expresión que permita determinar el número total de baldosas. **Justifica tu respuesta.**
- ¿El número de baldosas es siempre par o impar?

2.2 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor

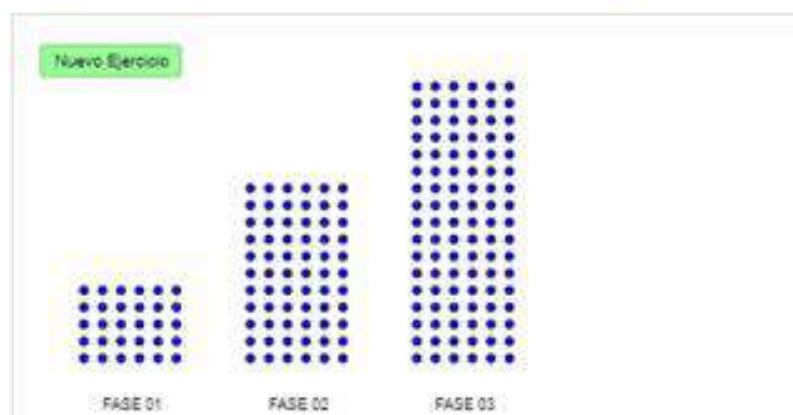
### Problema tarea retadora

3.1 ¿Cuántas veces se puede doblar por la mitad una hoja de papel?

- ¿Cuántas partes quedan luego de dividir la hoja en 6 veces, 11 veces, etc.? Justifica tu respuesta.
- Escribe una expresión que permita determinar el número de partes en que queda dividida la hoja. Explica tu respuesta.
- Suponga, que el grosor de la hoja es de 0,01 mm y además que se puede realizar 54 dobleces. ¿Cuál es el grosor de la hoja doblada? ¿Cómo hiciste el cálculo? Justifica tu respuesta.

3.2 Regularidades lineales Rectangulares.

### Regularidades lineales rectangulares 01



- ¿Cuántos círculos hay en la fase 81?
- Encuentre la generalización para la figura de la fase N, Explica tu respuesta.
- ¿Cuántos círculos tiene la fase 236?
- ¿Cuántos círculos tiene la fase 164?

3.3 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor.

**Taller 3: Función lineal**

**Propósito:** Hacer uso de las distintas representaciones (verbal, icónico, gráfico, tabular y algebraico) para modelar el cambio presente en fenómenos de variación constante. Es decir, el modelo lineal.

Tiempo: 4 horas (sesión 3)

Recursos: Calculadora GeoGebra, Excel.

**Problema información y exploración dirigida**

Las siguientes expresiones describen los ahorros de los diferentes nietos del abuelo Joan (x denota el número de semanas)

|                  |                   |
|------------------|-------------------|
| Mónica $7x$      | Gus 300           |
| Anna $10x$       | Pere $60 + 3x$    |
| Javi $30 + 5x$   | Helena $-20 + 4x$ |
| Laura $300 - 5x$ | Gerard $-70 + 7x$ |

- a) ¿Quién ahorra más dinero? ¿Por qué? **Justifica tu respuesta.**  
 b) ¿Qué representa cada uno de los puntos de intercepción de las representaciones gráficas? **Justifica tu respuesta.**

En qué intervalo Pere ahorra más dinero que Helena y Gerard. Justifica tu respuesta.

Todos los nietos viven bastante cerca y han descubierto que hay una forma muy divertida de poder comunicarse entre ellos: el Walkie-Talkie. Para eso tiene que comprar un trasmisor para cada dos de ellos. Así que juntaran sus ahorros para poder llegar a los 400 euros que cuesta ese modelo de Walkie-Talkie.

Responde las siguientes preguntas:

- a) Encuentra expresiones tan cortas como sea posibles para describir la cantidad de ahorros que se puedan conseguir juntando los ahorros por pareja de todas las parejas posibles. Haz una descripción tanto verbal como algebraica  
 b) ¿Cuál de las parejas sería la primera en conseguir ahorrar los 400 euros que cuestan los Walkie-Talkie?  
 c) ¿podrías sugerir una agrupación de parejas que beneficie a todo el grupo?

1.2 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor

**Problema exploración dirigida.**

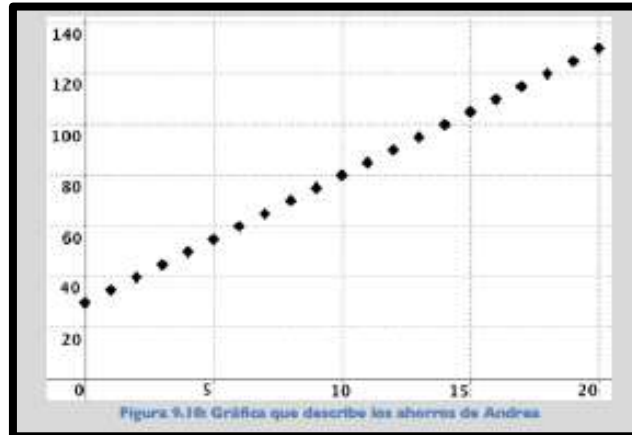
2.1 Los ahorros de Andrea, Helena, Javier y Joan han cambiado durante el último año tal como está descrito bajo estas líneas. Los números indican las cantidades de dinero en euros y al final de cada semana

Helena: La tabla muestra cuánto dinero ha ahorrado al final de cada semana. La tabla continua de la misma forma durante todo el año.

|        |   |    |    |    |    |    |
|--------|---|----|----|----|----|----|
| Semana | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| Dinero | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 |

Xavier: Durante todo el año ha tenido ahorrado 300 euros

Andrea: El gráfico describe los ahorros durante las primeras veinte semanas. El gráfico continuo de la misma manera durante el resto de año.



Joan: Los ahorros de Joan se pueden describir mediante la siguiente expresión algebraica:  $y = 300 - 5x$  Siendo  $x$  el número de semanas e  $y$  los ahorros en euros.

2.1 Responda las siguientes preguntas:

- ¿Cuánto dinero ahorro Andrea, Helena, Javier y Joan durante el último año? **Explica tu respuesta.**
- Expresa algebraicamente la cantidad de dinero que ahorra Andrea, Helena, Javier y Joan. **Explica tu respuesta.**
- Realice un gráfico ¿Qué figura se genera? ¿por qué? **Explica tu respuesta.**
- Teniendo en cuenta, el ítem anterior, realice un análisis descriptivo del comportamiento de ahorro de Andrea, Helena, Javier y Joan. **Justifica tu respuesta.**
- ¿cómo interpretas la pendiente y el intercepto? **Explica tu respuesta**

2.2 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor

### Problema Tarea retadora

3.1 La depreciación en términos contables es la pérdida de valor anual de un activo en la medida que pasa el tiempo, que en teoría llega a ser cero cuando caduca la vida útil del bien. Sin embargo, éste tiene un valor comercial subjetivo. Puede ser por desgaste, por el tiempo u obsolescencia. El método más sencillo y utilizado por las empresas, consiste en dividir el valor del activo entre la vida útil del mismo.

Según el decreto 3019 de 1989, que reglamenta parcialmente el Estatuto Tributario en Colombia, los inmuebles tienen una vida útil de 20 años, los bienes muebles, maquinaria y equipo, trenes aviones y barcos, tienen una vida útil de 10 años, y los vehículos y computadores tienen una vida útil de 5 años. Además de la vida útil, se maneja otro concepto conocido como valor de salvamento o valor residual, y es aquel valor por el que la empresa calcula que se podrá vender el activo una vez finalizada la vida útil del mismo. El valor de salvamento no es obligatorio. Una vez determinada la vida útil y el valor de salvamento de cada activo, se procede a realizar el cálculo de la depreciación.

Usted es el contador del colegio Carlos III este plantel de 940 estudiantes después de llevar varios años contratando los servicios de empresas de transporte ha decidido que debe adquirir un bus propio para llevar a sus estudiantes a diferentes Problemas deportivos y culturales.

Le piden a usted que presente una opción de bus para la compra y la posible depreciación de cada uno de esté.

a) Sí representara en un sistema de coordenadas el valor neto del vehículo al correr de los años, ¿Qué tipo de gráfica cree que resultaría? **Explique su respuesta.**

b) Halle la ecuación de la función que representa la gráfica, ¿cómo podría hacerlo? **Explique su respuesta.**

3.2 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor

#### Taller 4: Ecuaciones inecuaciones

**Propósito:** Resolver problemas orientados a que los estudiantes traduzcan enunciados del lenguaje natural al lenguaje simbólico y la emplear diversos métodos para resolver las ecuaciones e inecuaciones planteadas.

Tiempo: 4 horas (sesión 4)

Recursos: Calculadora graficadora GeoGebra.

#### Problema información y exploración dirigida

1.1 **(Problema del Papiro de Moscú)** Encontrar un número tal que, multiplicado 1 vez y media y sumado 4, de cómo resultado 10.

**(Problema 31 del Papiro Rhind)** Encontrar una cantidad tal que, sumando a dicha cantidad  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{7}$  de la misma, de como resultado 33.

**(Problema 26 del Papiro Rhind)** Encontrar una cantidad tal que, sumando a dicha cantidad  $\frac{1}{4}$  de la misma, el resultado sea 15.

1.2 Escriba la inecuación o inecuaciones que describan cada situación planteada.

Cada una permite analizar el concepto de solución y conjunto solución de una desigualdad, así como establecer la representación algebraica de cada situación dada.

- a) Las ganancias mensuales de la importadora Del Valle son menores o iguales a 7.000.000 de pesos colombianos.
- b) Un estudiante requiere para aprobar su curso un promedio mínimo de 3,0. En los primeros exámenes obtuvo 2,3; 4,5; 2,4 ¿Qué calificación debe obtener para aprobar su curso?
- c) La temperatura corporal de una persona es normal entre  $35^{\circ}$  y  $37^{\circ}$ . Determine dos intervalos en los cuales la temperatura es anormal.

**1.3** Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor.

### Problema exploración dirigida

2.1 Soluciona las siguientes situaciones:

- a) Un plomero y su ayudante trabajan juntos para cambiar las tuberías de una casa vieja. El plomero cobra \$45 por hora por su propio trabajo y \$25 por hora por el trabajo del ayudante. El plomero trabaja el doble de tiempo que su ayudante en el trabajo, y el cobro por mano de obra en la factura final es de \$4025. ¿Cuánto tiempo trabajaron el plomero y su ayudante en este trabajo? Justifica tu respuesta
- b) Una parcela de terreno mide 6 pies más de largo que de ancho. Cada diagonal desde una esquina a la esquina opuesta es de 174 pies de largo. ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela? ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela en metros? Explica tu respuesta.
- c) Si un fabricante vende  $x$  unidades de cierto producto, el ingreso  $R$  y el costo  $C$  (en dólares) están dados por:  $R = 20x$   $C = 2000 + 8x + 0.0025x^2$

Utilice el hecho de que utilidad = ingreso – costo, para determinar cuántas unidades debe vender el fabricante para disfrutar de una utilidad de al menos \$2400. Justifica tu respuesta

2.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

### Problema Tarea retadora.

3.1 Analice, por medios gráficos, la solución de cada inecuación (GeoGebra)

- a.  $f(x) \leq g(x)$  para las funciones  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = 3x + 4$ . Enseguida, haga lo mismo para  $f(x) > g(x)$ . Escribe tu respuesta para cada caso.

3.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

### Taller 5: Sistemas de ecuaciones lineales de orden 2x2

**Propósito:** Plantear sistemas de ecuaciones lineales de orden 2x2 y aplicar diversos métodos de solución para emplearlos en la resolución de problemas. Estos métodos van desde el cálculo mental, acercamientos analíticos o el uso de las tecnologías digitales para representar las situaciones y modelar.

Tiempo: 4 horas (sesión 5)

Recursos: Calculadora graficadora GeoGebra (opcional)

**Problema información y exploración dirigida**

Pedro Pérez se encontraba en un viaje por España y junto con unos amigos ingresaron a una pizzería donde realizaron la compra que se muestra en la *ilustración 1*

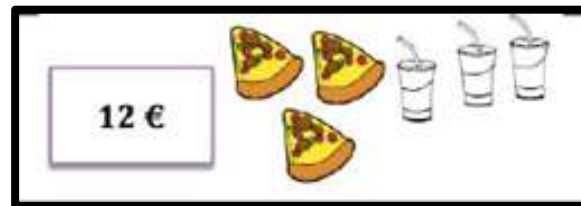
1.1 Observa la imagen y responde:



*Ilustración 1*

- a) ¿Se puede determinar el valor de una porción de pizza y una bebida? **Justifica tu respuesta**  
 b) ¿Qué podemos saber del precio de 4 bebidas y 2 porciones de pizza? **Justifica tu respuesta**

Observa la imagen y responde:



*Ilustración 2*

- c) Si consideras la *ilustración 1* y *ilustración 2* ¿Qué precio tiene 5 bebida y 8 porciones de pizza? **Justifica tu respuesta**

1.2 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor.

**Problema exploración dirigida.**

2.1 En un zoológico hay aves (de dos patas) y bestias (de cuatro patas). Si el zoológico contiene 60 cabezas y 200 patas.

Responda las siguientes preguntas:

- a) Identifica las variables de la situación. **Explica tu respuesta**  
 b) ¿Qué relaciones encuentras entre las variables? **Describe esas relaciones con tus palabras.**  
 c) ¿Cuántas aves y cuántos animales viven en el zoológico? **Justifique su respuesta.**

2.2 Jorge y Andrés, compraron en la tienda Adidas. Jorge compró una camisa de la selección Colombia y 2 balones por un valor total de \$789.000 mientras, Andrés adquirió dos camisas de la selección y un balón de fútbol \$678.000

Responda las siguientes preguntas:

- Identifica las variables de la situación
- ¿Cuánto cuesta un balón y cuatro camisas? **Justifica tu respuesta.**

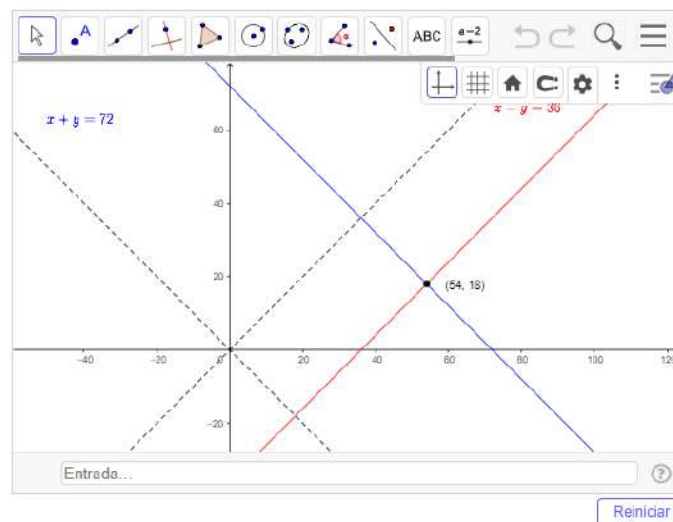
2.3 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor.

### Problema Tarea retadora.

3.1 “Dos números suman 72 y difieren en 36 unidades.

- ¿Qué números son?”
- Si consideras  $a$ ,  $b$  como el adicionar y restar las cantidades indicadas. ¿Cómo expresas la relación entre estas variables? Justifica tu respuesta.

Modelo dinámico de exploración para asistir la resolución.  
Mueve las rectas (azul y roja)



- ¿Qué relación existe entre las rectas? **Justifica tu respuesta.**
- Los números que cumplen que  $x + y = 72$  ¿son únicos? **Justifica tu respuesta**

3.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

### Taller 6: Sistemas de ecuaciones lineales de orden 2x2

**Propósito:** Representar geométrica y analíticamente sistemas de ecuaciones lineales de orden 2x2 para brindar a los estudiantes la posibilidad de dotar de significado la solución algebraica y geométrica

Tiempo: 4 horas (sesión 6)

Recursos: Calculadora graficadora GeoGebra (opcional)

**Problema información y exploración dirigida**

1.1 Si los lados de un rectángulo se alargan 2 centímetros cada uno, el perímetro es de 24 centímetros, si se sabe además que la diferencia entre la medida de los lados es de 2 centímetros.

Responda las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuánto miden las medidas de sus lados? **Justifica tu respuesta**
  - b) Existen otras medidas que se le puedan asignar a los lados del rectángulo. Sí, no ¿por qué?
- 1.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

**Problema exploración dirigida.**

Ana y Leticia fueron al mercado por fruta. Ana por cinco kilos de manzana y tres kilos de pera pagó \$139 y Leticia pagó \$226.50 por ocho kilos de manzana y cinco de peras.

- a) Identifica las variables de la situación. Explica tu respuesta
- b) ¿existe una relación entre dichas variables? Representa algebraicamente.
- c) ¿Cuánto costaba el kilo de manzana y el kilo de pera ese día en el mercado? Justifica tu respuesta
- d) Suponga que  $(x, y)$  designan las coordenadas de un punto en el plano denotado por  $P(x, y)$  ¿por qué?
- e) ¿Qué figura representa cada una de las ecuaciones en el plano cartesiano? ¿por qué?
- f) Considere los puntos  $(5, 12)$  y  $(6, 14)$ , pertenecen al grafico de alguna ecuación del problema ¿por qué?
- g) Considere los gráficos de las ecuaciones. ¿Qué observas? Explica tu respuesta.
- h) Compara la solución encontrada inicialmente y lo que observas en el gráfico. Existe alguna relación entre estos. Explica tu respuesta.

2.2 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor.

**Problema tarea retadora**

3.1 La suma de dos números es 1000 y el doble de su suma es 700.

- a) ¿Cuáles son esos números? Explica tu respuesta
- b) Realiza un gráfico que represente la situación.

3.2 El perímetro de un triángulo isósceles es 18 centímetros, si se suma la medida de uno de sus lados congruentes a la mitad del lado de la medida del lado no congruente se obtiene 9.

- a) ¿Cuál es la medida de cada lado? Justifica tu respuesta.
- b) Realiza un gráfico que represente la situación.
- c) ¿Qué podemos concluir de los tres problemas respecto a los gráficos y la solución de cada sistema de ecuaciones lineales?

3.3 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor.

**Taller 7: Sucesiones**

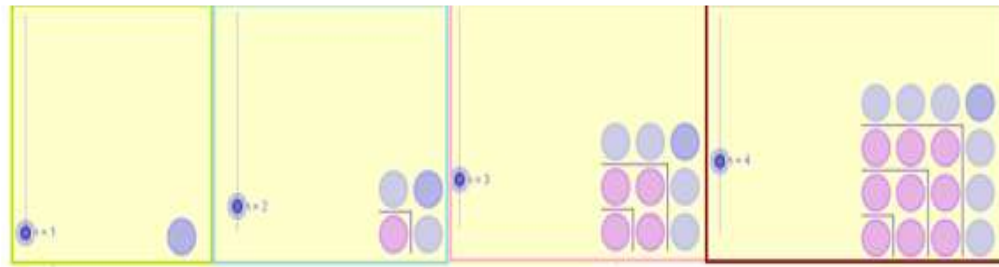
**Propósito:** Identificar el patrón y la regularidad inmersa en los problemas que involucran procesos infinitos, De esta manera se pretende que los estudiantes describan y representen el comportamiento de cambio cuando las sucesiones tienden al infinito.

Tiempo: 4 horas (sesión 7)

Recursos: Calculadora graficadora GeoGebra (opcional), Excel.

**Problema información y exploración dirigida**

1.1 Desliza a  $n$  y observa lo que está ocurriendo en la animación. Luego responde.

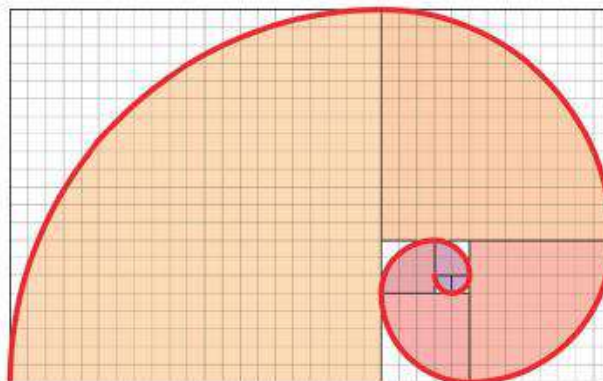


- En la hoja de cálculo, utilice la herramienta lista de puntos y considere los puntos  $(x, y)$  ¿Qué relación encuentras entre el número de la figura respecto al número de círculos? **Explica tu respuesta**
- ¿Cuál es el número de círculos de la figura 14? **Explica tu respuesta**
- ¿Cómo cambia la cantidad de círculos? **Explica tu respuesta.**
- ¿Cómo calcularían el número de círculos de cualquiera de las figuras? **Justifica tu respuesta**
- ¿El comportamiento es creciente o decreciente? **Explica tu respuesta.**
- ¿La sucesión es divergente o convergente? **Explica tu respuesta**

1.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

**Problema exploración dirigida.**

2.1 Observa la figura y responde.



a) Completa la tabla al iniciar con el lado, el perímetro y el área del cuadrado más pequeño e interior de la espiral (su lado mide 1 unidad).

| N° cuadrados | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | n |
|--------------|---|---|---|---|---|---|---|
| Lado         | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 |   |   |
| Área         | 1 | 4 |   |   |   |   |   |
| Perímetro.   | 4 |   |   |   |   |   |   |
| Cociente     |   |   |   |   |   |   |   |

b) ¿Cuál sería el número de la posición 11? ¿podrían generalizar a la posición n? Explica tu respuesta.

c) Observen el listado de números obtenido haciendo el cociente de cada número de la secuencia con su antecesor ¿Qué particularidad tienen? **Explica tu respuesta.**

d) Utilice el applet GeoGebra, para registrar los datos obtenidos, así mismo, considere los cocientes y grafica. **Explica tu respuesta.**

e) ¿Existe alguna tendencia del cociente de las magnitudes en la sucesión de Fibonacci? **Justifica tu respuesta.**

2.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

### Problema tarea retadora.

3.1 Observa la siguiente figura.

Nos muestra un esquema en el que se biseca cada vez el segmento de la derecha, es decir los puntos M, N, O, P, son los puntos medios de los segmentos AB, MB, OB y PB respectivamente.



Si se siguen haciendo más y más bisecciones,

a) ¿crees que es posible llegar a una situación en la que un punto de la bisección coincide con el punto B? **Explica tu respuesta.**

b) Representa algebraicamente la magnitud del segmento. **Explica tu respuesta**

c) Teniendo como referencia los términos obtenidos de las sucesiones definidas en los problemas anteriores. ¿Cómo describes el comportamiento de las sucesiones? (suma de los primeros números impares, Fibonacci, Bisección de un segmento) ¿son crecientes, decrecientes?

d) Si consideramos valores muy grandes de n, las sucesiones son ¿convergentes o divergentes? **Explica tu respuesta.**

3.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

## Taller 8 Reconociendo la variación

**Propósito:** Reconocer e interpretar problemas que involucren la variación y el cambio para con ello, establecer relaciones funcionales que permitan cuantificar el cambio y generar un modelo matemático para predecir el comportamiento de las variables que intervienen en el problema.

Tiempo: 8 horas (sesión 8 y sesión 9)

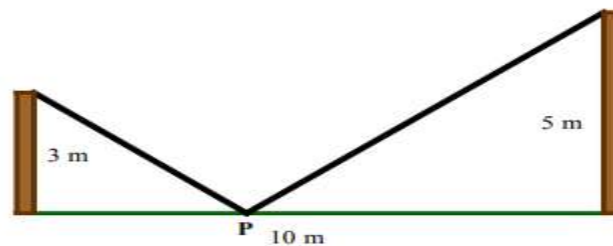
Recursos: Test de Variación AVG, Calculadora graficadora GeoGebra (opcional), Excel.

### Problema Información y exploración libre.

#### 1.1 De los cables

La distancia entre dos postes que se emplean en las instalaciones telefónicas es de 10 metros, como se muestra en la figura

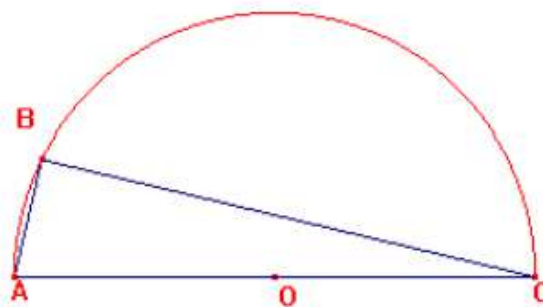
La longitud de los postes es de tres y de cinco metros. A manera de soporte, un cable que une la parte superior de ambos se sujetará a un punto P en tierra, localizado en el segmento que une los dos postes.



- ¿La longitud total del cable es variable?
- ¿La longitud total es constante? Justifica tu respuesta.

#### 1.2 De la semicircunferencia

En una semicircunferencia con centro en O, se traza el diámetro AC. Se ubica un punto B sobre la semicircunferencia, como se muestra en la siguiente figura:



Si el punto B se mueve, qué ocurrirá:

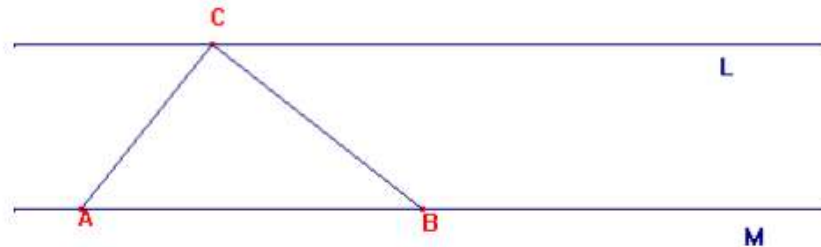
A ¿La medida del ángulo ABC es variable?

B ¿La medida del ángulo ABC es constante?

Justifica tu respuesta

### 1.3 De las paralelas

En la siguiente figura, las rectas L y M son paralelas. Se ha dibujado el triángulo ABC.



Si el punto C se mueve sobre L, qué ocurre:

a) ¿El área del triángulo ABC es variable?

b) ¿El área del triángulo ABC es constante?

Justifica tu respuesta

### 1.4 Del anuncio

Un periódico cobra los anuncios de la siguiente manera:

- Cobra 7 pesos por cada centímetro lineal en forma horizontal
- Cobra 8 pesos por cada centímetro lineal en forma vertical

Un empresario quiere mandar a hacer un anuncio de área A (fija)

a) ¿El costo del anuncio es variable?

b) ¿El costo del anuncio es constante? Justifica tu respuesta

1.4 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor.

### Problema exploración dirigida.

Una empresa de telefonía móvil tiene los siguientes planes

| Plan Bajo                               | Plan Medio                              | Plan Alto                               |
|-----------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|
| Cargo Básico:<br><b>\$35.000 + IVA</b>  | Cargo Básico:<br><b>\$70.000 + IVA</b>  | Cargo Básico:<br><b>\$120.000 + IVA</b> |
| Minutos incluidos:<br><b>65</b>         | Minutos incluidos:<br><b>150</b>        | Minutos incluidos:<br><b>300</b>        |
| Minuto adicional:<br><b>\$800 + IVA</b> | Minuto adicional:<br><b>\$700 + IVA</b> | Minuto adicional:<br><b>\$600 + IVA</b> |

2.1 Responda las siguientes preguntas:

- a) Suponga que usted puede pagar cualquiera de los tres planes, pero quiere escoger el que, de acuerdo con su consumo mensual, le salga más favorable, ¿Cuál escogería? Suponga una tasa del 20% para el IVA. Explica tu respuesta.
  - b) Exprese utilizando una representación gráfica o simbólica el valor de consumo mensual en cada uno de los planes. Justifica tu respuesta.
  - c) Si María tiene un estimado de consumo de 250 min, ¿Cuál de los planes le beneficia? ¿por qué? Justifica tu respuesta.
- 2.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

### **Problema tarea retadora.**

3.1 Almacén Jumbo está vendiendo bolsas de arroz Roa cinco libras por un precio de 17500 pesos.

- a) ¿Cuál es el precio de 9 libras, 12 libras, 25 libras? Elabora una representación tabular y gráfica. **Explica tu respuesta.**
- b) Si se aumenta la cantidad de libras de arroz ¿Qué ocurre con el precio a pagar? ¿Qué relación existe entre las magnitudes involucradas en esta situación? **Explica tu respuesta.**
- c) ¿La relación entre el precio a pagar y la cantidad de libras de arroz es función? Sí su respuesta es afirmativa ¿Cuál es el rango y el dominio de esta función? Considerando las condiciones del problema. **Explica tu respuesta.**

3.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

### **Taller 9: Variación en contextos**

Propósito: Crear representaciones para dar tratamiento a problemas de contextos propios de los grupos priorizados, de esta manera los estudiantes crean modelos matemáticos y establecen inferencias de la utilidad del conocimiento matemático.

Tiempo: 4 horas (sesión 10)

Recursos: Calculadora graficadora GeoGebra (opcional), Excel.

### **Problema Información y exploración libre.**

1.1 Para sustentar su economía, los indígenas realizan tejidos artesanales; además de dedicarse a cultivos tales como el maíz.

En Colombia el aumento del costo de los productos de la canasta familiar, incluido el maíz, está relacionado con el índice de precios al consumidor (IPC), el cual es un porcentaje que determina el aumento o disminución de estos productos.

A continuación, se muestra una tabla con la variación anual del IPC en los últimos años, según el DANE.

| AÑO  | IPC (Anual) | Precio de Maíz (kg) |
|------|-------------|---------------------|
| 2016 | 5,57%       |                     |
| 2017 | 4,09%       | \$700               |
| 2018 | 3,37%       | \$723.59            |
| 2019 | 3,31%       |                     |
| 2020 | 3,62%       |                     |
| 2021 | 3,9%        |                     |

- Complete la tabla anterior.
  - ¿Cuál será el precio del Maíz en el 2022 si el IPC es de 6,24%?
  - Halle una función que relacione el IPC (%) y el Precio de Maíz (kg) en el 2022.
  - ¿Cómo crees que pueda ayudar a las comunidades indígenas conocer el IPC anualmente?
- 1.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

### Problema exploración dirigida

2.1 Un habitante de San Basilio de Palenque decide poner una venta de minutos, con el fin de que los habitantes del corregimiento se puedan comunicar con sus familiares, amigos y/o conocidos. El habitante decide cobrar 100 pesos por minuto o fracción de minuto durante los 10 primeros minutos, después de los 10 minutos se cobra el minuto o la fracción de minuto adicional a 50 pesos.

- ¿Cuánto cuesta una llamada de 6 minutos 47 segundos, 22 minutos 40 segundos, 2 horas 18 minutos 20 segundos?
- Halla la función que representa la relación entre el costo de la llamada y el tiempo.
- Realiza un gráfico que represente la situación.

2.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

### Problema tarea retadora

Una estudiante proveniente de una zona de difícil acceso ha ingresado a la Universidad Industrial de Santander. Para sustentar algunos de sus gastos mensuales, la estudiante decide buscar un empleo. Un amigo le recomienda trabajar en la venta de productos por catálogos, en donde recibirá como pago el 25% del total de las ventas que realice. Otro amigo le recomienda trabajar vendiendo prendas de vestir en un almacén en donde deberá cumplir un horario de 4 horas por día, recibiendo diariamente una base de 15000 pesos más el 1% de cada venta.

- Realiza un gráfico que represente las situaciones.
- ¿En qué situación el estudiante ganaría la misma cantidad mensual de dinero independientemente del trabajo que escoja?
- ¿Cuál trabajo le recomendarías al estudiante? ¿Por qué?

3.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

### Taller 10: Llenado de Recipientes

Propósito: Resolver problemas de llenado de recipientes, que involucren la variación directamente proporcional e inversamente proporcional.

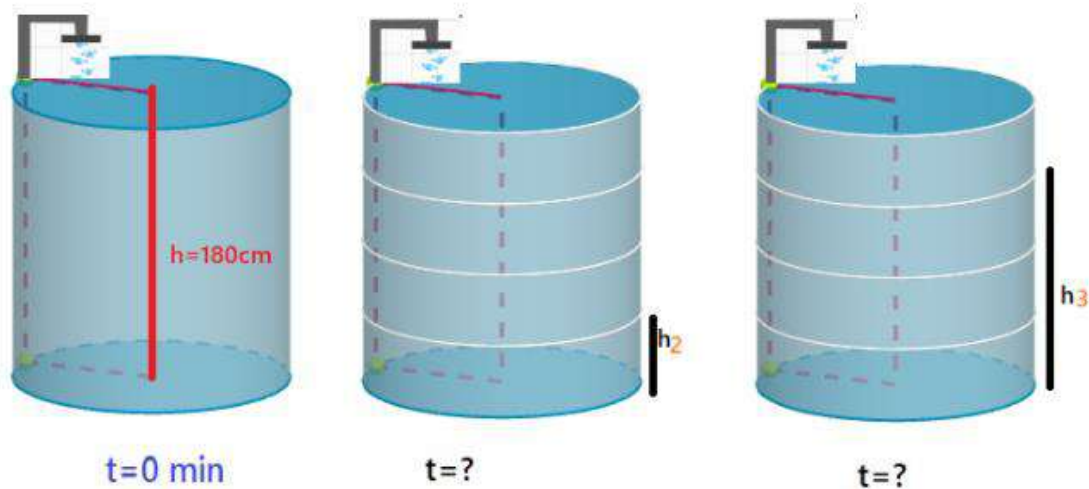
Tiempo: 4 horas (sesión 11)

Recursos: Applets llenado de recipientes, Calculadora graficadora GeoGebra, Excel.

#### Problema información y exploración libre..

En el municipio de la Mesa de los Santos hay dificultades en el suministro de agua, la junta comunal de este municipio dotó de algunos recipientes para recolectar agua para cada una de las viviendas. Se ilustra el llenado de un tanque cilíndrico al que una bomba suministra agua potable. El tanque tiene una altura  $h$  igual a 180 cm y el diámetro de la base corresponde a 80 cm.

A partir de un instante en el que el depósito está completamente vacío, comienza a llenarse con agua a una razón 160 Litros por minuto. Encuentre el tiempo necesario para que el nivel este en las alturas  $h_2$  y  $h_3$

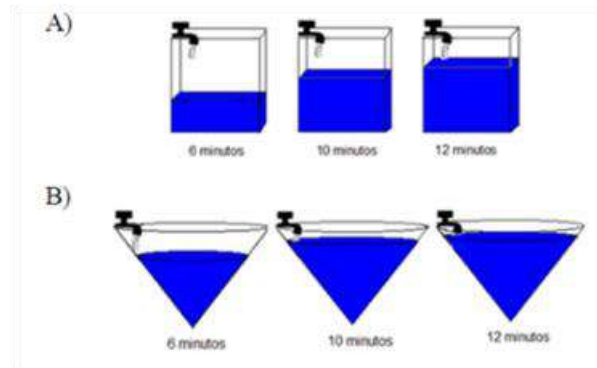


#### 1.1 Responde las siguientes preguntas

- Expresa qué cambia en la situación y con respecto a que cambia. **Explica tu respuesta.**
- Genera una representación que describa cómo cambia la altura del agua en el tanque conforme tiempo empleado para llenar el tanque. **Justifica tu respuesta**

c) Estima en cuánto tiempo se tendría que apagar la bomba para que la altura del agua esté a la mitad de la capacidad del tanque. **Explica tu respuesta**

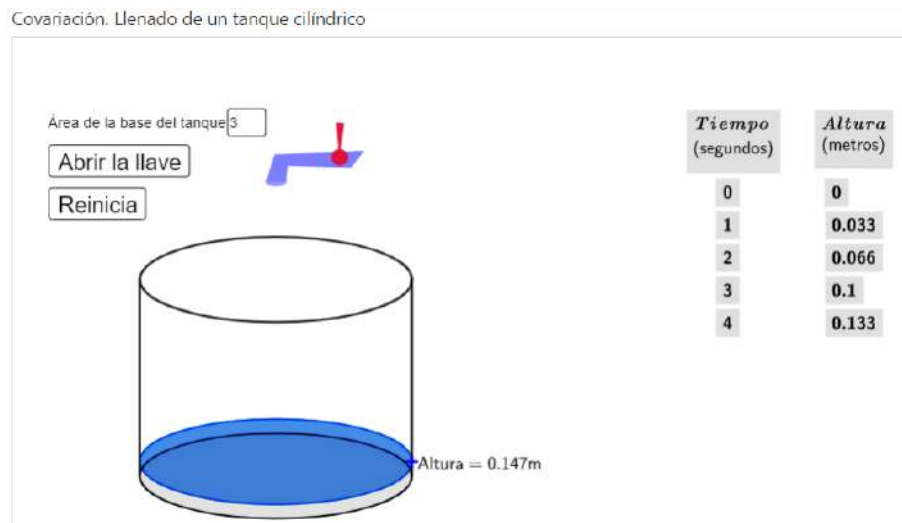
d) A continuación, se ilustra el llenado de dos recipientes, ¿en cuál de esos recipientes el llenado se puede calcular empleando una representación como el de la situación anterior? **Explica el porqué de tu elección.**



1.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

### Problema exploración dirigida.

2.1 Usa los botones para controlar la llave de agua. A medida que el tanque se llena, se registran los datos de tiempo y altura del nivel del agua.



En la simulación.

- ¿Qué cambia? ¿Cómo cambia? Explica tu respuesta.
- ¿Qué relación establecerías entre las magnitudes que cambian? Explica tu respuesta.
- Específicamente fijémonos en el nivel del agua. Al llenarse el tanque ¿la velocidad del nivel del agua siempre es el mismo? Justifica tu respuesta.

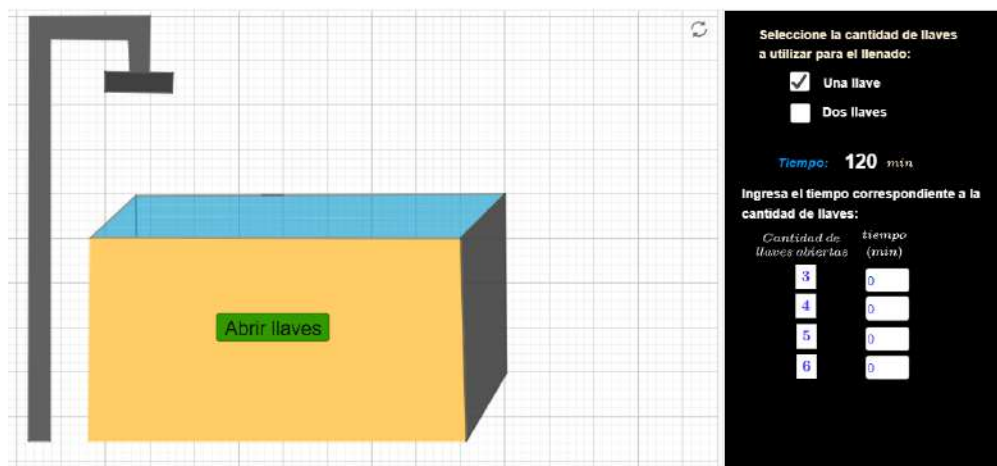
d) Comparemos dos simulaciones en las que el tamaño del tanque es diferente. ¿Qué puede decir si comparamos las velocidades del nivel del agua de un tanque a otro? Explica tu respuesta.

e) Compare dos simulaciones en las que el tamaño del tanque es diferente. Representa el gráficamente el tiempo en relación con la altura. ¿Qué gráfico obtienes? ¿Cómo interpretas? Explica tu respuesta.

2.2 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor.

### Problema tarea retadora.

3.1 Juan indica si se tiene un tanque con una llave se demora 120 minutos en llenar, observa la simulación y responde



a) ¿Qué varía? ¿Cómo varía? **Explica tu respuesta**

b) Realiza una representación de la situación. ¿Cómo puedes expresar el tiempo empleado en llenar el tanque en relación con el número de llaves? ¿Es función? **Explica tu respuesta.**

c) Si se aumenta el número de llaves ¿Qué ocurre con el tiempo empleado para llenar el tanque? ¿Qué relación existe entre las magnitudes involucradas en esta situación? **Explica tu respuesta.**

3.2 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor.

### Taller 11: Noción de límites

Propósito: Modelar problemas del contexto de los estudiantes de admisión especial a fin de favorecer la noción de límite.

Tiempo: 4 horas (sesión 12)

Recursos: Applets llenado de recipientes, Calculadora graficadora GeoGebra, Excel

**Problema información y exploración dirigida.**

Según el ministerio de cultura de la república de Colombia, las mujeres palenqueras se dedican a la venta de dulces en ciudades turísticas, principalmente en Cartagena, con el fin de obtener ingresos monetarios para comprar bienes y servicios que no pueden auto producir, tales como: los servicios de comunicación, transporte, educación de sus hijos y algunos víveres.

Los hombres palenqueros se dedican a actividades agrícolas como la siembra de ñame, yuca, arroz, patilla, melón, frijol y maní. Además de actividades agropecuarias como la cría de cerdos, aves de corral y ganado vacuno lechero.

Supongamos que los palenqueros venden la leche de vaca a 2000 pesos por litro y si la compra es superior a 3 litros la venden a 1900 pesos el litro.

- Realice una función, que modele la situación, y gráfiquela. **Explica tu respuesta**
- Si tengo 5800 pesos ¿Cuántos litros de leche puedo comprar? **Explica tu respuesta**
- Si tengo entre 5000 y 6000 pesos ¿Cuántos litros de leche puedo comprar? **Justifica tu respuesta.**
- ¿A qué valor se aproxima el precio de la leche si deseo comprar una cantidad, en litros, muy cercana a 3 litros, pero menor a 3 litros? ¿Y si la cantidad que deseo comprar es muy cercana a los 3 litros, pero mayor que los 3 litros? **Explica tu respuesta.**
- ¿Cómo crees que las respuestas anteriores les ayudarían a las personas pertenecientes a la comunidad palenquera? **Justifica tu respuesta.**

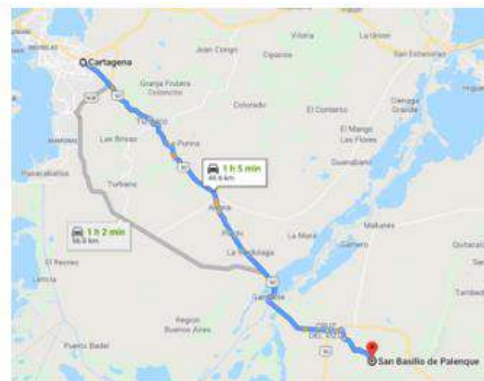
1.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

**Problema exploración dirigida.**

Algunos palenqueros trabajan en “moto taxi” para obtener algunos ingresos; principalmente transportan a las personas desde San Basilio de palenque al centro de Cartagena, al igual que a sus zonas aledañas; o viceversa.

Tenga en cuenta los siguientes datos:

- Cada 2000 kilómetros a las motos se les debe cambiar el aceite de motor para evitar daños en este. El aceite tiene un valor aproximado de 18000 pesos.
- Un galón de gasolina en una moto alcanza para recorrer 100 km, aproximadamente, y cuesta alrededor de 9000 pesos.
- Desde Cartagena hasta san Basilio de Palenque hay aproximadamente 49,7 kilómetros. Desde Arjona a san Basilio de palenque hay aproximadamente 27,3 kilómetros. Desde Turbaco a san Basilio de Palenque hay aproximadamente 39,6 kilómetros.



Si en una semana de trabajo el palenquero “moto taxista” realiza 10 viajes, desde san Basilio de palenque hasta Cartagena, y viceversa. 5 viajes desde san Basilio de palenque hasta Arjona, y viceversa. Y 11 viajes desde san Basilio de palenque hasta Turbaco, y viceversa.

a) ¿A partir de cuánto dinero tendrá que cobrar el palenquero, por kilómetro, para que al final de la semana logre obtener ganancias? **Explica tu respuesta.**

b) Realice una función que modele los gastos vs kilómetros recorridos. Y gráfíquela. **(opcional usar el Applet)**

c) Al acercarse a los 2000 kilómetros ¿Cuánto dinero aproximadamente ha gastado el palenquero? **Justifica tu respuesta.**

d) Si por mes el palenquero recorre 4276.4 kilómetros, transportando a sus pasajeros ¿Cuánto dinero, por kilómetro, tendrá que cobrar el palenquero para que al final del mes logre ganar 800000 pesos? **Explica tu respuesta.**

e) Teniendo en cuenta la respuesta del inciso anterior realice una función que modele las ganancias versus los kilómetros recorridos. ¿Cuánto dinero aproximadamente habrá ganado al acercarse a los 4000 Kilómetros? **Justifica tu respuesta.**

f) ¿Cómo podría ayudarle a los palenqueros el hecho de saber estos resultados?

## **2.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.**

### **Problema Tarea retadora.**

3.1 Según datos suministrados por el DANE en 2005, de los 42'090,502 colombianos, 1'378.884 pertenecen a distintas comunidades indígenas, con presencia en 27 departamentos del país. La organización Nacional Indígena de Colombia (ONIC) asevera que cientos de pueblos indígenas están en riesgo de desaparecer, no sólo por el conflicto armado en el país, sino, además, porque sus habitantes mueren de hambre, enfermedades y la indiferencia. Se estima que el promedio de decrecimiento de la población es del 1,2% anual aproximadamente.

a) ¿Cuántos habitantes de las comunidades indígenas existirán finalizando el presente año? ¿En 2025? ¿En 2050? **Justifica tu respuesta.**

b) Halla la función que representa la interdependencia entre el año y la población indígena. **Justifica tu respuesta.**

3.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

### **Taller 12: Caja con Tapa.**

Propósito: Analizar el comportamiento de la función del volumen de una caja con tapa, emergente de un problema contextualizado de un habitante de una zona de difícil acceso. El modelo le permitirá estimar tendencia de los datos y el volumen máximo de la caja con tapa. Además, posibilitar el desarrollo de la noción de derivada desde la interpretación cómo la pendiente de la recta tangente a la función  $v(x)$ , es decir, la razón de cambio entre el volumen y la altura de la caja con tapa.

Tiempo: 4 horas (sesión 13 y sesión 14)

Recursos: Applet construcción de la caja con tapa.

### Problema información y exploración libre.

Según el Ministerio de Vivienda, Ciudad y Territorio de Colombia en el decreto número 1272 del 28 de Julio del 2017, Artículo 2.3.7.2.2.2.1.

Las zonas de difícil acceso. “Corresponde a los municipios en el cual la persona presentadora en su área de prestación en suelo urbano no puede alcanzar los estándares de eficiencia, cobertura o calidad en los plazos establecidos en la regulación expedida por la Comisión de Regulación de Agua Potable y Saneamiento Básico, y cuenta con una población urbana menor a 25.000 habitantes según la información censal del DANE y está ubicado en Zonas No Interconectadas (ZNI) del sistema eléctrico nacional de la Unidad de Planeación Minero Energética (UPME).

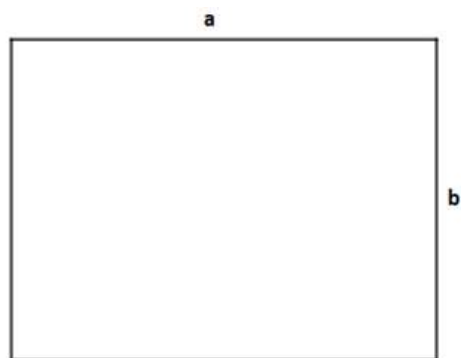


Parte del dinero que reciben algunos de los habitantes de estas comunidades provienen la venta de sus cultivos.

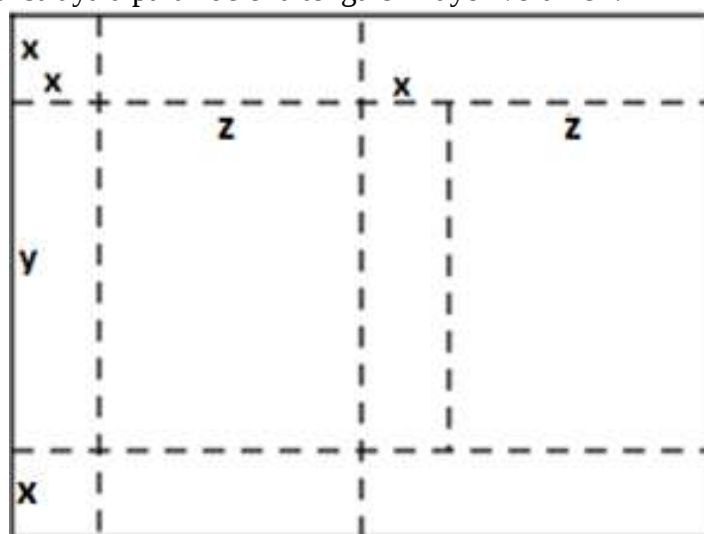
Deben almacenar agua en recipientes debido a la poca cobertura de agua que se suministra a estos municipios.

Deben intentar minimizar gastos, lo más que puedan, debido a las pocas ganancias que reciben, producto de algunas dificultades que conlleva vivir en las zonas de difícil acceso.

Un habitante de un municipio de difícil acceso en el eje cafetero de Colombia necesita construir cajas en las cuales pueda almacenar sus cosechas (granos de café), para esto decide conseguir láminas de cartón de forma rectangular, con lado  $a$ ,  $b$ , como se muestra en la figura.



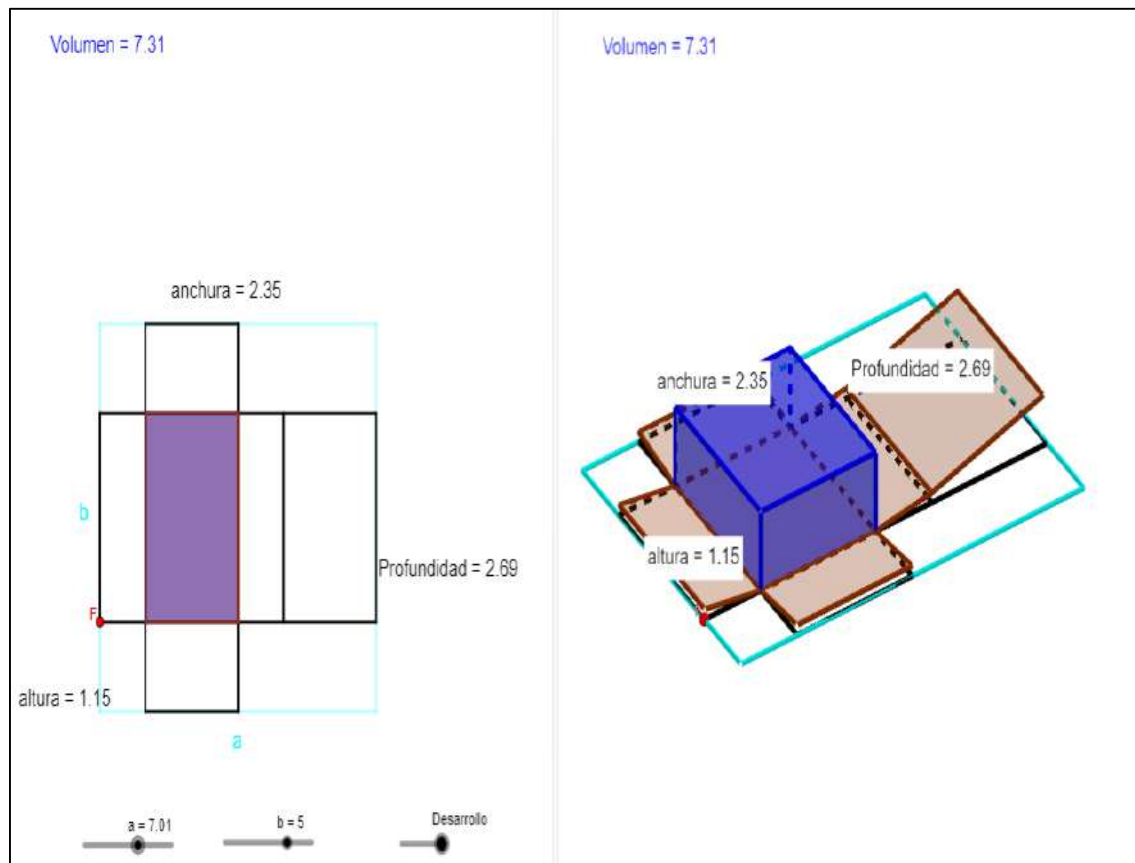
a) Para construir las cajas (con tapa) este habitante decide utilizar una plantilla, como la que se muestra a continuación. ¿Qué valores deben tener las magnitudes señaladas en la plantilla, para que la caja que se construya a partir de ella tenga el mayor volumen?



1.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

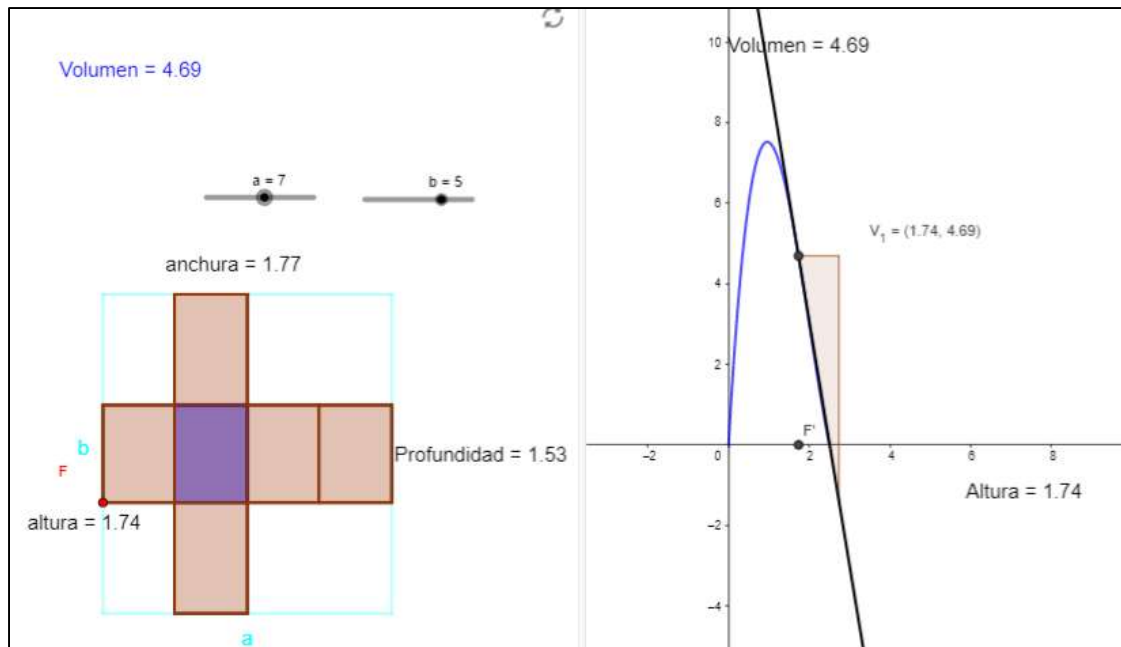
### Problema exploración dirigida.

2.1. Abre el archivo de Geogebra Caja\_Tapa.ggb y mueve el deslizador llamado “desarrollo”. Luego mueve los deslizadores de  $a$  y  $b$  de tal forma que  $a = 7$  y  $b = 5$ ; y por último anima el punto F.



- ¿De qué magnitud o magnitudes depende el volumen de la caja?
- ¿Qué valores puede tomar la altura?
- ¿Qué valores puede tomar la profundidad?
- ¿Qué valores puede tomar la anchura?
- ¿Qué valores puede tomar el volumen?
- ¿Qué relación hay entre la altura y la anchura?
- ¿Qué relación hay entre la profundidad y la altura?
- Representa algebraicamente el volumen en función de la altura.
- ¿Cuáles son las dimensiones de la altura (x), la anchura (y) y profundidad (z) de la caja de mayor volumen?

2.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

**Problema tarea retadora**

3.1 Abre el archivo Función\_Volumen\_Caja.ggb. Anima el punto F.

a) ¿Qué representa el punto  $V_1$ ?

b) Escribe en la barra de entrada la fórmula que representa el volumen en función de la altura.

c) La recta tangente por el punto  $V_1$  a la gráfica que representa el volumen en función de la altura. Halla la pendiente de esta recta. ¿Qué representa la pendiente?

d) ¿Cómo es el comportamiento de la recta tangente y de su pendiente antes y después del valor de la altura que genera el mayor volumen?

e) Registra en la Hoja de Cálculo 30 valores cercanos a la pendiente por la derecha y por la izquierda del valor de la altura que genera el mayor volumen.

f) ¿A qué valor tiende la pendiente de la recta tangente cuando aproximas al valor de la altura que genera el mayor volumen?

g) ¿Cuál es el volumen máximo?

h) El saber el volumen máximo ¿En qué podría ayudar al habitante del municipio de difícil acceso?

3.2 Socialice y comparte con tus compañeros y tu profesor.

**Taller 13: Modelación Matemática.**

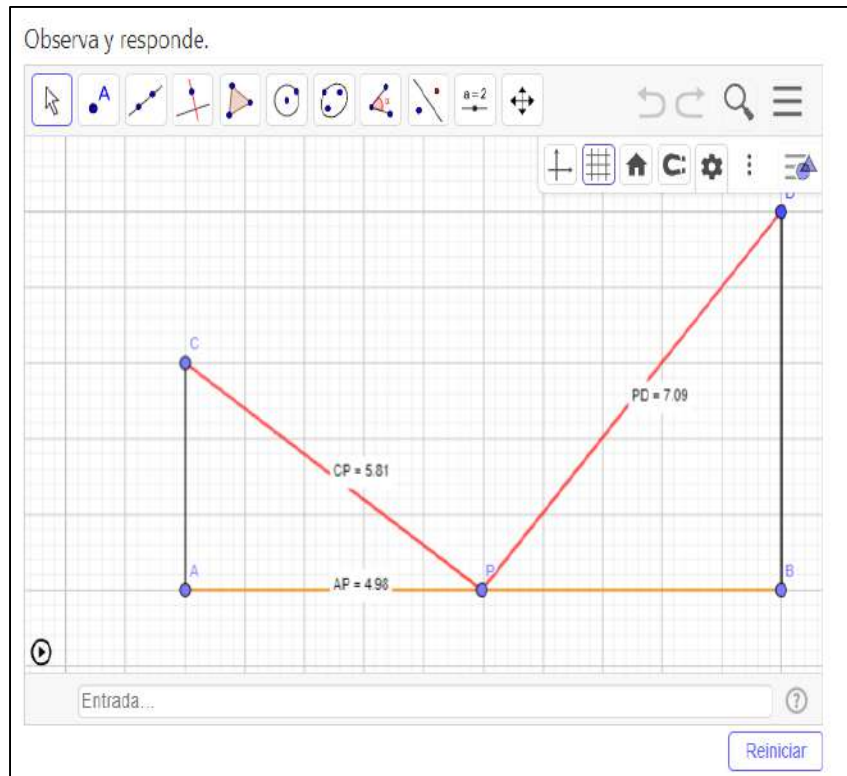
**Propósito:** Hacer uso de herramientas tecnológicas para crear modelos matemáticos a partir del análisis y sistematización de datos. De esta manera determinar la correlación de las variables para poder predecir y hacer inferencias relacionadas con el problema abordado.

Tiempo: 4 horas

Recursos: Calculadora graficadora GeoGebra (opcional), Excel.

### Problema exploración e información inicial.

La distancia entre dos postes que se emplean en las instalaciones telefónicas es de 10 m. La longitud de cada poste es de 3 y 5 metros. A manera de soporte, un cable que une la parte superior de los dos postes se sujetará a un punto en tierra, localizado sobre la línea que une los dos postes.



Anima el applet. Luego responde

- ¿Qué cambia si se mueve el punto P? ¿Por qué crees que cambia? ¿Cómo cambia?
- Escribe una expresión para determinar las magnitudes variantes del problema. Justifica tu respuesta.

Abre la hoja de cálculo, analiza los datos que requieres para la solución de este problema. Luego indica.

- ¿Cuál es el punto de sujeción (P) en el piso, entre A y B, con el que se utiliza la menor cantidad de cable de acero? Justifique su respuesta
- Elabora una representación gráfica de algunos valores. ¿Existe algún punto de sujeción (P) en el piso, con el que se utiliza una mayor cantidad de acero? Justifica tu respuesta.

1.2 Socialice y compare los resultados con tus compañeros y tu profesor.

**Problema exploración dirigida.**

3.1 La siguiente tabla muestra la deuda nacional de Estados Unidos desde 1900 hasta 1995, para ciertos años escogidos.

| año  | Deuda de Estados Unidos (\$miles de millones) | año. | Deuda de Estados Unidos (\$miles de millones) |
|------|-----------------------------------------------|------|-----------------------------------------------|
| 1900 | 1.2                                           | 1975 | 533.2                                         |
| 1910 | 1.1                                           | 1985 | 1823.1                                        |
| 1920 | 24.2                                          | 1987 | 2350.3                                        |
| 1930 | 16.1                                          | 1989 | 2857.4                                        |
| 1940 | 43.0                                          | 1990 | 3233.3                                        |
| 1945 | 258.7                                         | 1991 | 3665.3                                        |
| 1955 | 272.8                                         | 1992 | 4064.6                                        |
| 1965 | 313.8                                         | 1994 | 4692.8                                        |

Nota: 1 Fuente: Bureau of Public Debt, U.S.Treasury

- Interprete la información suministrada y realice una descripción del comportamiento de los datos.
- Realice un bosquejo de cómo cree que será la gráfica de la función de la deuda nacional de Estados Unidos con respecto al tiempo.
- Realice un comentario sobre el tipo de gráfica, ¿se le parece a alguna función conocida?
- Reconstruya la tabla anterior en GG. Construya la gráfica en GG con los datos y determine el mejor tipo de función para modelar estos datos. (Suponga que  $x = 0$  en 1900).

3.2 Socialice y comparte tus resultados con tus compañeros y tu profesor.

**Problema tarea retadora.**

2.1 Gastos en salud Los gastos en salud en Estados Unidos para los años 1970-2001 se dan en la tabla siguiente. Cree el diagrama de dispersión y responda:

| Gastos en salud en millones de dólares |         |
|----------------------------------------|---------|
| Año                                    | dólares |
| 1980                                   | 251.1   |
| 1985                                   | 434.5   |
| 1987                                   | 506.2   |
| 1990                                   | 696.6   |
| 1992                                   | 820.3   |
| 1994                                   | 937.2   |
| 1996                                   | 1039.4  |
| 1998                                   | 1150.0  |
| 2000                                   | 1310.0  |
| 2001                                   | 1424.5  |

- (a) ¿Qué modelo matemático puede predecir el comportamiento de los datos?
- (b) Encuentre una recta de regresión para los datos de la parte (a)
- (c) Use su modelo para predecir los gastos totales en salud en 2009.

2.2 Compare y socialice los resultados obtenidos con tus compañeros y tu profesor.